

考研真经_盘它_高数

一元函数

函数 极限 连续

一、函数 极限 连续

- 理解函数的概念，掌握函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。
- 了解函数的有界性、单调性、周期性与奇偶性。
- 理解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。
- 掌握基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。
- 理解极限的概念，理解函数左右极限的概念以及函数极限存在与左右极限之间的关系。
- 掌握极限的性质及四则运算法则。
- 掌握极限存在的两个准则，并会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限的方法。
- 理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小两的比较方法，会用等价无穷小量求极限。
- 理解函数连续性的概念（含左连续与右连续），会判断函数间断点的类型。
- 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，理解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值与最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

函数

定义及表示方法

邻域

函数

分段函数

绝对值函数

符号函数

取整函数

狄利克雷函数

隐函数

参数式表示的函数

反函数

复合函数

基本初等函数

- 初等函数
- 性质
 - 有界性
 - 单调性
 - 周期性
 - 奇偶性
- 定理
 - 复合奇偶性
 - 有界、无界的充分条件
- 公式
- 题型
 - 分段函数的复合函数
 - 函数有界性讨论
- 极限
 - 定义
 - 数列极限
 - 函数极限
 - 左右极限
 - 极限存在
 - 函数极限存在
 - 数列极限存在
 - 无穷小
 - 同阶无穷小
 - 等价无穷小
 - 高阶无穷小
 - 低阶无穷小
 - 无穷大
 - 性质
 - 极限存在条件
 - 唯一性
 - 极限存在与无穷小的关系
 - 保号性
 - 保号性推论
 - 无穷大与无穷小关系
 - 定理
 - 夹逼定理
 - 单调有界定理
 - 公式
 - 重要极限

- 等价无穷小
- 无穷小比较
- 运算法则
 - 四则
 - 等价无穷小替换
 - 洛必达
 - 泰勒
 - 积分和式
- 题型
 - 求函数极限
 - 已知极限值求参数
 - 已知极限求相关极限
 - 特殊极限
 - 无穷小比较
 - 数列极限
 - 极限运算定理运用
- 连续
 - 定义
 - 连续性
 - 一点处连续
 - 左连续
 - 右连续
 - 区间连续
 - (a, b)
 - $[a, b]$
 - 间断点
 - 第一类间断点
 - 第二类间断点
 - 性质
 - 连续函数四则运算
 - 复合函数连续性
 - 基本初等函数连续性
 - 初等函数连续性
 - 闭区间上的连续函数的性质
 - 有界性
 - 最值
 - 介值
 - 零点
 - 定理

- 公式
- 题型
 - 判断连续/间断
 - 已知连续求参数
 - 连续函数零点

一元函数微分学

二、一元函数微分学

- 理解导数与微分的概念，理解导数与微分的关系，理解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程与法线方程，了解导数的物理意义，会用到导数描述一些物理量，理解函数的可导性与连续性之间的关系。
- 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式，了解微分的四则运算法则及一阶微分形式的不变性，会求函数的微分。
- 了解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数。
- 会求分段函数的导数，会求隐函数和由参数方程所确定的函数及反函数的导数。
- 理解并会用罗尔定理、拉格朗日中值定理、泰勒定理，了解并会用柯西中值定理。
- 掌握用罗必达法则求未定式极限的方法。
- 理解函数极值的概念，掌握用导数判别函数的单调性及求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及应用。
- 会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图像的拐点，会求曲线的水平渐近线、铅直渐近线及斜渐近线，会描绘函数的草图。
- 了解曲率、曲率半径及曲率圆的概念，会计算曲率与曲率半径。

导数与微分

定义

- 导数
- 左右导数
- 高阶导数
- 微分
- 意义
 - 几何意义
 - 物理意义

性质

- 导数关系
 - 可导与连续

- 左右导数与可导
- 可导与可微
- 函数微分与函数增量关系
- 定理
- 公式
 - 微分形式不变性???
 - 基本初等函数导数/微分公式
 - 四则运算法则
 - 复合函数求导
 - 分段函数导数???(间断点)
 - 变限积分求导公式
 - n阶导数运算法则
 - 初等函数n阶导数公式
 - 参数式求导
 - 隐函数求导
 - 幂函数求导
 - 反函数求导
- 题型
 - 按定义求一点的导数
 - 已知在某点可导, 求参数, 求相关极限
 - 已知极限, 求某点的导数
 - 绝对值函数的导数
 - 由极限表达式确定可导性
 - 导数与微分、增量关系
 - 直接题型导数
- 导数的应用
 - 定义
 - 平面曲线的切线与法线
 - 物理量描述
 - 极值
 - 最值
 - 拐点
 - 驻点
 - 曲率
 - 曲率半径
 - 曲率圆
 - 性质
 - 凹凸性
 - 定理

- 单调性判定
- 函数极值
 - 可导点处极值的必要条件
 - 极值的第一充分条件
 - 极值的第二充分条件
- 凹凸性判定
- 拐点
 - 必要条件
 - 充分条件
- 公式
 - 闭区间连续函数求最大/小值
 - 应用问题最值
 - 渐近线
 - 水平
 - 铅直
 - 斜
 - 曲率
 - 曲率半径
- 题型
 - 增减性、极值、凹凸性、拐点
 - 渐近线
 - 曲率与曲率圆
 - 最大值最小值
 - 值域，反函数及其定义域
 - 弧微分
- 中值定理、不等式与零点
 - 掌握用罗必达法则求未定式极限的方法???
 - 定理
 - 费马
 - 罗尔
 - 拉格朗日中值定理
 - 柯西中值定理
 - 泰勒定理
- 方法
 - 不等式证明
 - 单调性
 - 最值
 - 拉格朗日公式
 - 柯西公式

- 拉格朗日余项泰勒公式
- 零点存在性
 - 介值定理
 - 零点定理
 - 罗尔定理
- 至多有几个零点
- 题型
 - 不等式证明
 - 原函数零点与导数零点
 - 复合函数零点
 - 双中值
 - 零点个数
 - 证明某点存在
 - 利用中值定理求极限

一元函数积分学

三、一元函数积分学

- 理解原函数的概念，理解不定积分与定积分的概念。
- 掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分和定积分的基本性质及定积分的积分中值定理，掌握换元积分法和分部积分法。
- 会求有理函数、三角有理函数及简单无理函数的积分。
- 理解积分上限函数，会求其导数，掌握牛顿—莱布尼兹公式。
- 了解反常积分的概念，会计算反常积分。
- 掌握用定积分表达和计算一些几何量（面积、体积、弧长）及物理量（力和功）及函数的平均值。
- 不定积分
 - 定义
 - 原函数与不定积分
 - 性质
 - 不定积分
 - 定理
 - 原函数存在定理
 - 不定积分存在定理
 - 公式
 - 基本公式
 - 积分法

- 换元
 - 第一类换元
 - 第二类换元
 - 平方和、平方差
 - 无理式化为有理式
 - 三角函数
 - 常见换元形
- 分步积分
- 特殊不定积分
- 题型
 - 分段函数不定积分与定积分
 - 定积分与原函数存在性
 - 奇偶函数、周期函数原函数与变限函数
- 定积分
 - 定义
 - 定积分
 - 定理
 - 定积分存在定理
 - 不定积分与定积分关系
 - 牛顿-莱布尼兹定理(原函数与定积分关系)
 - 积分中值定理
 - 性质
 - 运算性质
 - 一般性质
 - 保号性
 - 传递性
 - 估值性质
 - 特殊性质
 - 公式
 - 换元
 - 分步
 - 奇偶性
 - 周期性
 - 华里士
- 不定积分与定积分计算
 - 题型
 - 简单有理分式
 - 三角函数有理分式
 - 简单无理式
 - 两种不同类型的函数相乘

- 被积函数中含有导数或变限函数
- 对称区间、周期函数
- 含参变量带绝对值
- 杂例
- 反常积分及其计算
 - 定义
 - 正常积分
 - 反常积分
 - 无穷区间
 - 无界函数
 - 性质
 - 区分无穷区间和无界函数的反常积分
 - 定理
 - 对称区间的奇偶函数反常积分
 - 公式
 - 重要反常积分(概率论常用)
 - 题型
 - 计算及收敛性
 - 奇偶函数的反常积分
- 定积分应用
 - 几何应用
 - 平面图形面积
 - 平面曲线弧长
 - 旋转体体积
 - 旋转曲面面积
 - 已知截面面积求立体体积
 - 函数平均值
 - 物理应用
 - 功
 - 引力
 - 压力
 - 形心
 - 质心
 - 基本方法
 - 几何公式与物理应用
 - 题型
 - 几何应用
 - 物理应用
- 定积分证明
 - 题型

- 变限积分奇偶性、周期性、极值、单调性
- 积分定义函数求极限
- 不等式证明
- 零点问题

向量代数与空间几何

四、向量代数与空间解析几何

- 理解空间直角坐标系，理解向量的概念及表示。
- 掌握向量的运算，了解两个向量平行及垂直的条件。
- 理解单位向量、方向导数与方向余弦、向量的坐标表达式，掌握用坐标表达式进行向量运算的方法。
- 掌握平面方程与直线方程及求法。
- 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角，会利用平面、直线的位置关系解决相关问题。
- 会求点到直线及点到平面的距离。
- 了解曲面与空间曲线方程的概念。
- 了解常见二次曲面的方程及图形，会求简单的柱面和旋转曲面的方程。
- 了解空间曲线的参数方程及一般方程，了解空间曲线在坐标平面上的投影，会求该投影曲线的方程。

向量代数

- 向量代数
 - 向量概念
 - 向量
 - 向量的模
 - 向量的坐标
 - 零向量
 - 单位向量
 - 方向导数???
 - 向量夹角
 - 向量的方向余弦
 - 向量运算
 - 加减运算
 - 几何表示

- 代数表示
- 数乘运算
 - 几何表示
 - 代数表示
- 数量积(点积、内积)
- 向量积(叉积、外积)
- 混合积
- 向量性质
 - 位置关系
 - 平行
 - 垂直
 - 共面
- 题型
 - 运算
 - 运算应用及位置关系

空间解析几何

- 平面与直线
 - 平面方程
 - 一般式
 - 点法式
 - 截距式
 - 直线方程
 - 一般式
 - 对称式
 - 参数式
 - 平面与直线的位置关系
 - 平面与平面
 - 直线与直线
 - 平面与直线
 - 点到平面距离
 - 点到直线距离
 - 不相交直线距离
 - 题型
 - 建立平面方程
 - 建立直线方程
 - 位置关系
- 空间曲面与曲线
 - 旋转面

- 定义
- 方程
- 柱面
 - 定义
 - 方程
 - 常见柱面
- 二次曲面
 - 常见二次曲面
- 空间曲线
 - 参数式方程
 - 一般式方程
 - 空间曲线投影
- 题型
 - 建立柱面方程
 - 建立旋转面方程
 - 建立空间曲线的投影曲线方程

多元函数微分学

五、多元函数微分学

- 理解多元函数的概念，理解二元函数的几何意义。
- 了解二元函数的极限与连续的概念及有界闭区域上连续函数的性质。
- 理解多元函数的偏导数和全微分的概念，会求全微分，了解全微分存在的必要条件和充分条件，了解全微分形式的不变性。
- 理解方向导数与梯度的概念，掌握其计算方法。
- 掌握多元复合函数一、二阶偏导数的求法。
- 了解隐函数存在定理，会求多元隐函数的偏导数。
- 了解空间曲线的切线与法平面及曲面的切平面与法线的概念，会求其方程。
- 了解二元函数的二阶泰勒公式。
- 理解多元函数的极值与条件极值的概念，掌握多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，会求二元函数的极值，会用拉格朗日乘数法求条件极值，会求简单多元函数的最大值与最小值，会解决一些简单的应用问题。

多元函数的极限、性质、偏导数与全微分

- 多元函数概念

- 二元函数几何意义
- 二元函数极限与连续
 - 重极限概念
 - 二元函数连续的概念
 - 连续函数的性质
- 二元函数偏导数与全微分
 - 偏导数概念
 - 偏导数几何意义
 - 全微分概念
 - 可微的条件
 - 必要条件
 - 充分条件
 - 连续、可导、可微之间的关系
- 题型
 - 二重极限
 - 二元函数连续性，偏导数存在性
 - 二元函数可微性

多元函数微分法

- 复合函数偏导数与全微分
 - 求导法则
 - 多元与一元复合
 - 多元与多元复合
 - 全微分形式的不变性
 - 高阶偏导数及混合偏导数
- 隐函数偏导数与全微分
 - 隐函数存在定理???
 - 一个方程确定的一元函数求导
 - 一个方程确定的二元函数求导
 - 方程组确定的一元函数求导
 - 方程组确定的二元函数求导
- 题型
 - 复合函数求偏导数与全微分
 - 隐函数求偏导数与全微分

方向导数与梯度多元微分几何应用、泰勒定理

- 方向导数
 - 定义
 - 存在性与计算

- 梯度
 - 定义
 - 计算公式
 - 与方向导数的关系
 - 推广
- 曲面的切平面与法线
- 曲线的切线与法平面
- 泰勒定理
 - 定理一??
 - 定理二??
- 题型
 - 有关方向导数与梯度
 - 有关曲面的切平面和曲线的切线
 - 泰勒定理

极值与最值

- 无条件极值
 - 多元函数极值与极值点定义
 - 多元函数驻点的定义
 - 多元函数取得极值的必要条件
 - 二元函数取得极值充分条件
- 条件极值
 - 拉格朗日乘数法
 - 拉格朗日函数
- 题型
 - 无条件极值
 - 条件极值(最值)
 - 多元函数最大/小值

多元函数积分学

六、多元函数积分学

- 理解二重积分与三重积分的概念，了解重积分的性质，了解二重积分的积分中值定理。
- 掌握二重积分的计算方法（直角坐标法与极坐标法），会计算三重积分（直角坐标法、柱面坐标法和球面坐标法）。
- 理解两类曲线积分的概念，了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分之间的关系。
- 掌握计算两类曲线积分的方法。
- 掌握格林公式，会运用平面曲线积分与路径无关的条件，会求二元函数全微分的原函数。
- 了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分之间的关系，掌握计算两类曲面积分的方法，掌握高斯公式计算曲面积分的方法，会用斯托克斯公式计算三维空间曲线积分。
- 了解散度与旋度的概念，会计算。
- 会用重积分、曲线积分与曲面积分求一些几何量和物理量。

重积分

- 二重积分
 - 概念
 - 定义
 - 几何意义
 - 性质
 - 比较定理
 - 估值定理
 - 中值定理
 - 计算
 - 直角坐标
 - 极坐标
 - 对称性、奇偶性
- 三重积分
 - 定义
 - 性质
 - 计算
 - 直角坐标
 - 先一后二
 - 先二后一
 - 柱坐标
 - 球坐标
 - 对称性和奇偶性

题型

- 二重积分计算
- 累次积分交换次序及计算
- 二重积分综合
- 二重积分不等式
- 三重积分
- 三重积分累次积分

曲线积分

 对弧长线的积分(第一类线积分)

- 定义
- 性质
- 计算
 - 直接法
 - 奇偶性和对称性

 对坐标的线积分(第二类线积分)

- 定义
- 性质
- 两类积分的关系
- 计算
 - 直接法
 - 格林公式
 - 线积分与路径无关
 - 二元函数全微分的原函数

 题型

- 弧长线积分
- 坐标线积分

曲面积分

 面积的面积分

- 定义
- 性质
- 计算
 - 直接法
 - 奇偶性和对称性

 坐标的面积分

- 定义
- 性质
- 两类积分直接的关系

- 计算
- 直接法
- 高斯公式
- 斯托克斯公式
- 题型
 - 面积的面积分
 - 坐标的面积分

场论

- 梯度
- 通量
- 散度
- 旋度
- 计算

多元积分的应用

- 几何应用
- 求物理量
 - 变力做功
 - 通量

无穷级数

七、无穷级数

- 理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数和的概念，掌握级数的基本性质及收敛的必要条件。
- 掌握几何级数与 p 级数收敛与发散的条
- 掌握正项级数收敛性的比较判别法及比值判别法，会用根值判别法。
- 掌握交错级数的莱布尼兹判别法。
- 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念及绝对收敛与条件收敛的关系。
- 了解函数项级数收敛域及和函数的概念。
- 理解幂级数收敛半径的概念，掌握幂级数收敛半径、收敛区间和收敛域的求法。
- 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质（和函数连续性、逐项可导性与逐项可积性），会求一些幂级数的收敛区间内的和函数，会求某些常数项级数的和。
- 了解函数展开成泰勒级数的充要条件。
- 掌握 x
 e ， $\sin x$ ， $\cos x$ ， $\ln(1+x)$ 及 $(1+x)^a$ 的麦克劳林（Maclaurin）展开式，会用它们将一些简单函数间接展开为幂级数。
- 了解傅里叶级数的概念和狄利克雷收敛定理，会将定义在 $[-1,1]$ 上的函数展开为傅里叶级数，会将定义在 $[0,1]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数，会写出傅里叶级数的和函数的表达式。

常数项级数

- 概念
- 性质
- 收敛性
 - 两个重要级数
 - p -级数
 - 几何级数
 - 正项级数
 - 交错级数
 - 任意项级数
- 常数项级数的和
- 题型
 - 正项级数
 - 交错级数
 - 任意级数
 - 常数项级数

幂级数

- 函数项级数及收敛域与和函数
- 收敛半径、收敛区间、收敛域
- 幂级数性质
 - 四则运算性质
 - 分析性质
 - 连续性
 - 逐项可导
 - 逐项可积
- 函数的幂级数展开
 - 泰勒级数
 - 麦克劳林级数
 - 泰勒级数收敛定理
 - 常用麦克劳林展开式
- 幂级数的收敛区间内的和函数
- 题型
 - 幂级数收敛域
 - 函数展开为幂级数
 - 级数求和

傅里叶级数

- 三角函数及正交性
- 傅里叶级数概念
- 收敛性定理(狄利克雷收敛定理)
- 周期 2π 函数的傅里叶展开
- 周期 $2l$ 函数的傅里叶展开
 - $[-l, l]$
 - $[0, l]$
 - 正弦
 - 余弦
- 傅里叶级数的和函数的表达式???
- 题型
 - 收敛定理
 - 展开为傅里叶级数

微分方程

八、常微分方程

- 了解微分方程及阶、解、通解、初始条件、特解的概念。
- 掌握可分离变量的微分方程和一阶线性微分方程的解法。
- 会解齐次微分方程、贝努力方程及全微分方程，会用简单的变量代换求一些微分方程。
- 会用降阶法解如下三种形式的微分方程：

$$y^{(n)} = f(x), f(x, y', y'') = 0, f(y, y', y'') = 0。$$

- 理解线性微分方程解的性质与解的结构。
- 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法，会解某些高于二阶的常系数齐次线性微分方程。
- 会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数及其和与积的二阶常系数非齐线性微分方程。
- 会解欧拉方程。
- 会用微分方程解决一些简单的实际问题。

概念、一阶与可降阶的二阶方程的解法

- 定义
 - 微分方程、阶、解
 - 通解、初始条件、特解
- 特殊类型一阶微分方程
 - 变量可分离的微分方程
 - 齐次微分方程
 - 一阶线性微分方程
 - 贝努力(伯努利)方程
 - 全微分方程
- 可降阶的二阶方程
 -

$$y^{(n)} = f(x), f(x, y', y'') = 0, f(y, y', y'') = 0。$$

- 题型
 - 按类型求解
 - 全微分
 - 积分化为微分方程
 - 偏微分化为常微分方程
 - 特殊函数

- 微分方程的解

二阶及高阶线性微分方程

- 定义
 - 二阶及高阶线性微分方程
 - 线性相关与线性无关
- 定理
 - 齐次与非齐次线性方程的解的关系
 - 齐次线性方程的解的叠加
 - 齐次线性方程的通解结构
 - 自由项为 $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$ 的解的叠加原理
 - 二阶常系数线性齐次方程的通解
 - 特殊(自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数及其和与积)自由项的二阶常系数线性非齐次微分方程的解法
 - 欧拉方程
- 公式
- 题型
 - 按类型求解
 - 变量代换
 - 分段函数或有绝对值的非齐次线性微分方程
 - 常系数线性非齐次方程的特解
 - 已知方程的解求方程
 - 非齐次与齐次微分方程对应解的关系
 - 欧拉方程
 - 积分方程、偏微分方程化为常微分方程
- 微分方程的应用
 - 几何问题
 - 变化率问题
 - 牛顿第二定律
 - 微元法